

## FICHA DE TRABAJO N°5

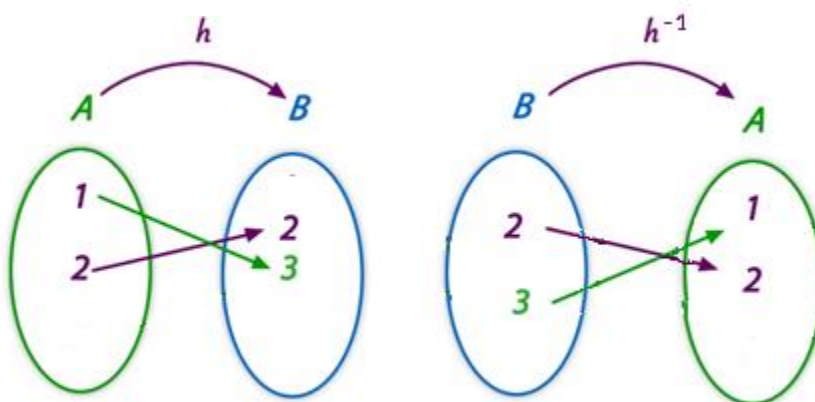
### MATEMÁTICA

<b>NOMBRE ALUMNO/A</b>				<b>FECHA</b>	
<b>MODALIDAD</b>	Asincrónico	<b>EVALUACIÓN</b>	Formativa	<b>TIEMPO</b>	45 minutos
<b>CONTENIDO</b>	Funciones			<b>CURSO</b>	Electivo Mat.
<b>OA</b>	Utilizar diversas formas de representación acerca de la resultante de la composición de funciones y la existencia de la función inversa de una función dada.				
<b>Habilidades</b>	Resolver problemas, Modelar				
<b>Instrucciones Generales.</b>	Lee con atención la siguiente guía y responde las actividades planteadas.				

## FUNCIÓN INVERSA

Habiendo visto cuando una función es sobreyectiva e inyectiva podemos encontrarnos que cumplan con ambas condiciones. A este tipo de **funciones las llamamos Biyectivas**. Si una función es inyectiva entonces podemos invertirla, es decir, podemos “dar vuelta” su dominio y codominio.

Pensemos en el primer ejemplo de diagrama sagital. Al restringirla, obtuvimos la función inyectiva y sobreyectiva, es decir, una función biyectiva. Esto significa que es posible invertirla.



Es decir que es necesario restringir el dominio y recorrido de una función que no es biyectiva, para que sea biyectiva y luego poder invertirla.



## INVERSA DE UNA FUNCIÓN LINEAL

La función inversa de una función lineal podemos obtenerla despejando el valor de  $x$  la función. Para eso usaremos una  $y$  en lugar de  $f(x)$ .

Ej: Encontramos  $f(x) = 7 - 2x$

$$f(x) = 7 - 2x$$

$$y = 7 - 2x$$

$$y - 7 = -2x$$

$$\frac{y - 7}{-2} = x$$

Entonces la inversa de  $f(x)$  es  $f^{-1}(x) = \frac{x-7}{-2}$ . Como podemos ver la inversa de una lineal sigue siendo una función lineal.

**Actividad: Encuentra la función inversa de las siguientes funciones.**

a)  $f(x) = 3x + 2$

b)  $g(x) = 5x + 3$

c)  $j(x) = -4x + 2$

d)  $k(x) = -7 - 3x$

e)  $l(x) = \frac{1}{3} + \frac{3x}{2}$

f)  $h(x) = 4 - \frac{x}{5}$



## FICHA DE TRABAJO N°6

### MATEMÁTICA

<b>NOMBRE ALUMNO/A</b>				<b>FECHA</b>	
<b>MODALIDAD</b>	Asincrónico	<b>EVALUACIÓN</b>	Formativa	<b>TIEMPO</b>	90 minutos
<b>CONTENIDO</b>	Funciones			<b>CURSO</b>	Electivo Mat.
<b>OA</b>	Utilizar diversas formas de representación acerca de la resultante de la composición de funciones y la existencia de la función inversa de una función dada.				
<b>Habilidades</b>	Resolver problemas, Modelar				
<b>Instrucciones Generales.</b>	Lee con atención la siguiente guía y responde las actividades planteadas.				

## INVERSA DE UNA EXPONENCIAL Y LOGARITMICA

En el caso de la exponencial el proceso es un poco mas complejo, pues debemos aplicar la definición de logaritmo y potencia.

### EXPONENCIAL

Ej:  $f(x) = 3^{x-2} + 1$

$$y = 3^{x-2} + 1$$

$$y - 1 = 3^{x-2}$$

Una vez que tenemos despejado la potencia, aplicamos la definición de logaritmo, obteniendo lo siguiente.

$$\log_3(y - 1) = x - 2$$

$$\log_3(y - 1) + 2 = x$$

Entonces la inversa es:  $f^{-1}(x) = \log_3(x - 1) + 2$

**Actividad: Encuentra la inversa de las siguientes funciones**

a)  $f(x) = 4^x$

b)  $h(x) = 3^x + 2$

c)  $g(x) = e^{x+1}$



- d)  $k(x) = 5^{x+2}$
- e)  $l(x) = e^x - 2$
- f)  $m(x) = 4 + 3^{x-2}$
- g)  $n(x) = -4^{x+2} - 3$
- h)  $z(x) = -7^{x-3} - 5$

## LOGARITMICA

Si tenemos una función logarítmica podemos hacer el proceso contrario.

Ej:  $g(x) = 3 - \log_7(x + 2)$

$$y = 3 - \log_7(x + 2)$$

$$y - 3 = -\log_7(x + 2)$$

Para hacer las cosas más sencillas multiplicaremos la ecuación por  $-1$  y así no tendremos un logaritmo negativo. Y luego aplicaremos la definición para obtener una función exponencial.

$$-y + 3 = \log_7(x + 2)$$

$$7^{-y+3} = (x + 2)$$

$$7^{-y+3} - 2 = x$$

Por lo tanto  $g^{-1}(x) = 7^{-x+3} - 2$

**Actividad: encuentra la inversa de las siguientes funciones logarítmicas**

- a)  $f(x) = \log(x + 1)$
- b)  $g(x) = \log x - 3$
- c)  $h(x) = 4 + \log_3(x - 2)$
- d)  $j(x) = \ln(x - 2)$
- e)  $m(x) = 3 - \ln(x - 1)$
- f)  $s(x) = \log_4(5 - x) + 3$



## FICHA DE TRABAJO N°7

### MATEMÁTICA

<b>NOMBRE ALUMNO/A</b>				<b>FECHA</b>	
<b>MODALIDAD</b>	Asincrónico	<b>EVALUACIÓN</b>	Formativa	<b>TIEMPO</b>	45 minutos
<b>CONTENIDO</b>	Funciones			<b>CURSO</b>	Electivo Mat.
<b>OA</b>	Utilizar diversas formas de representación acerca de la resultante de la composición de funciones y la existencia de la función inversa de una función dada.				
<b>Habilidades</b>	Resolver problemas, Modelar				
<b>Instrucciones Generales.</b>	Lee con atención la siguiente guía y responde las actividades planteadas.				

## INVERSA DE UNA CUADRÁTICA

Vemos cómo hacerlo en el caso de  $f(x) = x^2$ . Ya sabemos que no es biyectiva, pues no es ni inyectiva ni sobreyectiva. Primero restrinjámosla para poder invertirla. Como vimos en los pasos anteriores pasamos de que este definida  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  a que esté definida  $f: \mathbb{R}^- \rightarrow \mathbb{R}^+$  donde se convierte en una función biyectiva. Ahora que es inyectiva la podemos invertir, cambiaremos  $f(x)$  por una  $y$  para hacer el trabajo algebraico más práctico.

$$y = x^2$$

Aplicamos  $\sqrt{\phantom{x}}$  en ambos lados de la ecuación y obtenemos

$$\pm\sqrt{y} = x$$

Como vimos en el dominio o la  $y$  la definimos como solo los negativos, así que nos queda

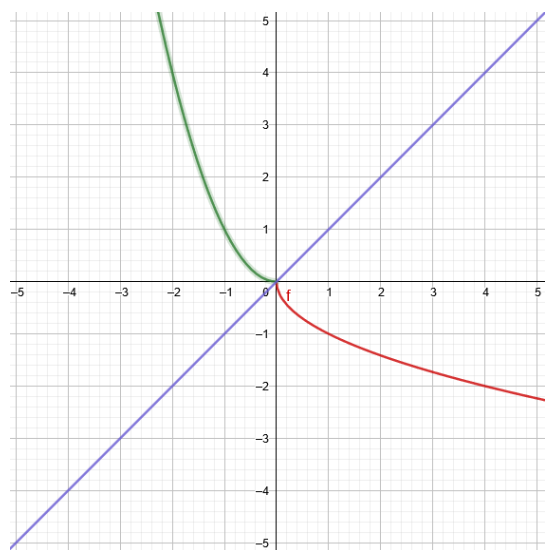
$$-\sqrt{y} = x$$

Ahora la  $x$  la nombramos como  $f^{-1}$  y la  $y$  la nombramos como  $x$  con lo que nos queda

$$-\sqrt{x} = f^{-1}$$

$$f^{-1} = -\sqrt{x}$$

Si miramos las gráficas de ambas funciones obtenemos lo siguiente.



Como podemos ver la función inversa es una reflexión por el eje  $y = x$ , y en el caso que la función no sea biyectiva, es necesario limitarla o restringirla.

**Actividad: Encuentra la inversa de las siguientes cuadráticas, recuerda restringir la función.**

- a)  $f(x) = 2x^2$
- b)  $g(x) = -3x^2$
- c)  $h(x) = x^2 - 1$
- d)  $j(x) = 4x^2 - 3$
- e)  $m(x) = -x^2 + 4$
- f)  $n(x) = 8 - x^2$
- g)  $s(x) = 4 - \frac{5x^2}{3}$

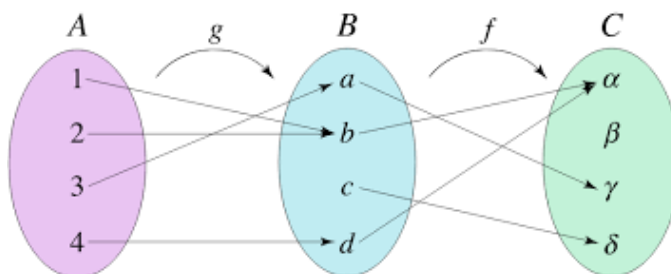
## FICHA DE TRABAJO N°8

### MATEMÁTICA

<b>NOMBRE ALUMNO/A</b>				<b>FECHA</b>	
<b>MODALIDAD</b>	Asincrónico	<b>EVALUACIÓN</b>	Formativa	<b>TIEMPO</b>	90 minutos
<b>CONTENIDO</b>	Funciones			<b>CURSO</b>	Electivo Mat.
<b>OA</b>	Utilizar diversas formas de representación acerca de la resultante de la composición de funciones y la existencia de la función inversa de una función dada.				
<b>Habilidades</b>	Resolver problemas, Modelar				
<b>Instrucciones Generales.</b>	Lee con atención la siguiente guía y responde las actividades planteadas.				

## FUNCIÓN COMPUESTA

Una función compuesta es la unión entre dos funciones. Es una combinación de dos funciones, por lo que se toman elementos de cada una.



Entonces podemos definir la función compuesta como

Sea  $f$  y  $g$  funciones, con  $\text{Rec } f \subseteq \text{Dom } g$  entonces  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Ej: sea  $f(x) = 3x - 2$  y  $g(x) = 4 - 5x$  encontremos  $(g \circ f)(x)$

Como  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$  podemos reemplazar en la función  $f(x) = 3x - 2$  en la función compuesta.

De esta manera podemos llegar  $g(3x - 2)$  y luego evaluamos en  $g(x)$  en la función. Obteniendo:

$$\begin{aligned}
 g(3x - 2) &= 4 - 5(3x - 2) \\
 &= 4 - 15x + 10
 \end{aligned}$$



$$= 14 - 15x$$

Entonces obtenemos  $(g \circ f)(x) = 14 - 15x$ . Podemos comprobar que la función corresponde a la compuesta entre ellas. Por lo tanto, vemos que primero aplicamos la función más cercana a la variable independiente.

Si buscamos el valor de la función evaluada en  $-2$  tanto en la función compuesta como en las funciones separadas obtenemos lo siguiente.

$$(g \circ f)(-2) = 14 - 15 \cdot -2$$

$$= 14 + 30$$

$$= 44$$

Y podemos comprobarlo mediante en las funciones por separado  $f(-2) = 3 \cdot -2 - 2 = -8$ . Como  $f(-2) = -8$  al reemplazar el resultado en  $g(x)$  obtenemos  $g(-8) = 4 - 5 \cdot -8 = 4 + 40 = 44$

**Actividad: Sea  $f(x) = 3x - 1$  y  $g(x) = x^2 + 2x - 3$ , demuestra que  $(g \circ f) \neq (f \circ g)$**

**Actividad a partir de las siguientes funciones encuentra el valor solicitado.**

$$f(x) = \sqrt{x+2}$$

$$g(x) = x^2$$

$$h(x) = 4x - 1$$

- a)  $(g \circ h)(-3) =$
- b)  $(h \circ g)(2) =$
- c)  $(g \circ f)(0) =$
- d)  $(f \circ h)(5) =$





e)  $(f \circ g)(4) =$   
f)  $f \circ (g \circ h)(1) =$

Encuentra las siguientes funciones sabiendo que:

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = \sqrt{x+1}$$

$$h(x) = \log x$$

a)  $(f \circ g)(x) =$

b)  $(g \circ h)(x) =$

c)  $(g \circ f)(x) =$

d)  $(h \circ f)(x) =$

e)  $g \circ (f \circ h)(x) =$

f)  $3(f \circ h)(x) =$

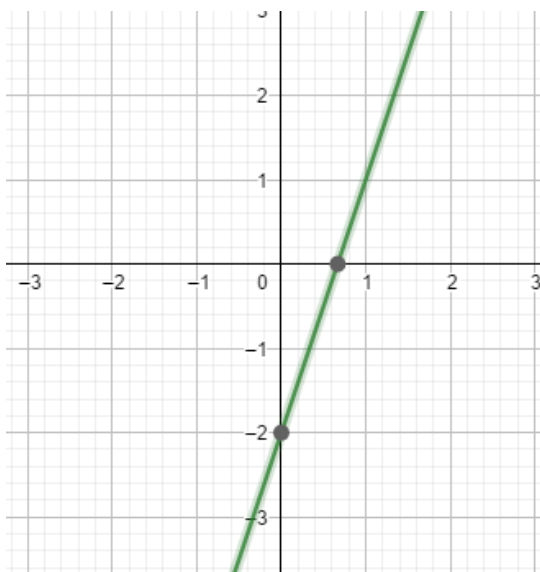


**FICHA DE TRABAJO N°9**  
**MATEMÁTICA**

<b>NOMBRE ALUMNO/A</b>				<b>FECHA</b>	
<b>MODALIDAD</b>	Asincrónico	<b>EVALUACIÓN</b>	Formativa	<b>TIEMPO</b>	135 minutos
<b>CONTENIDO</b>	Funciones			<b>CURSO</b>	Electivo Mat.
<b>OA</b>	Utilizar diversas formas de representación acerca de la resultante de la composición de funciones y la existencia de la función inversa de una función dada.				
<b>Habilidades</b>	Resolver problemas, Modelar				
<b>Instrucciones Generales.</b>	Lee con atención la siguiente guía y responde las actividades planteadas.				

**1) Determina el dominio y recorrido de las siguientes funciones.**

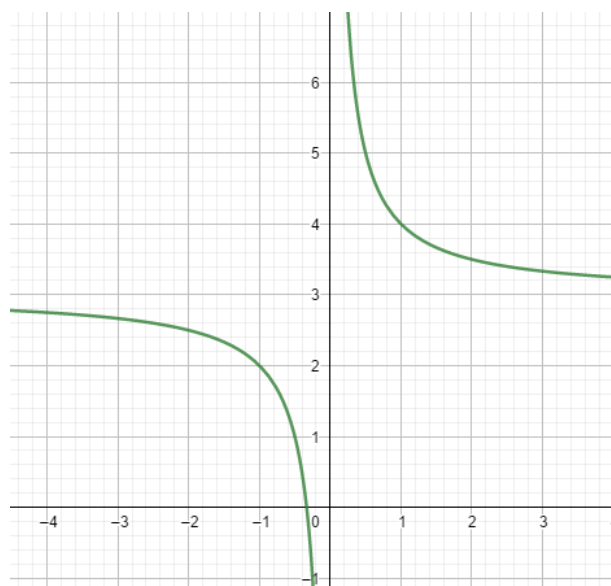
a)  $f(x) = 3x - 2$



Dom:

Rec:

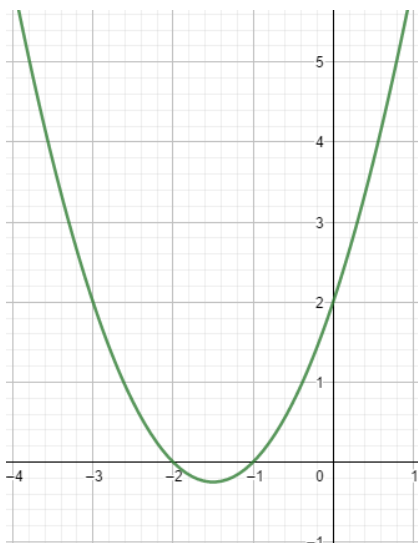
$f(x) = x^{-1} + 3$



Dom:

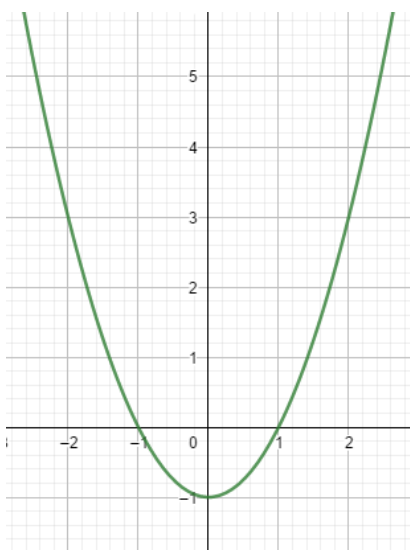
Rec:

b)  $f(x) = x^2 + 3x + 2$



Dom:

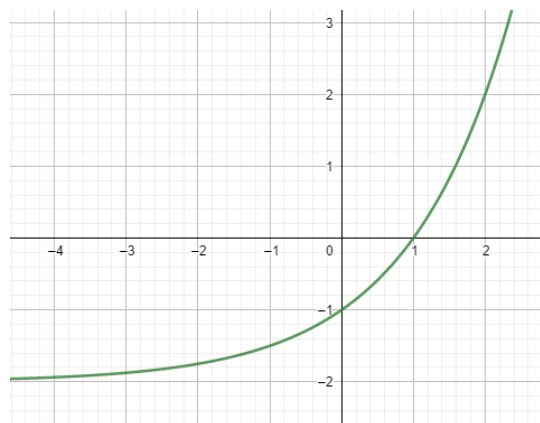
Rec:



Dom:

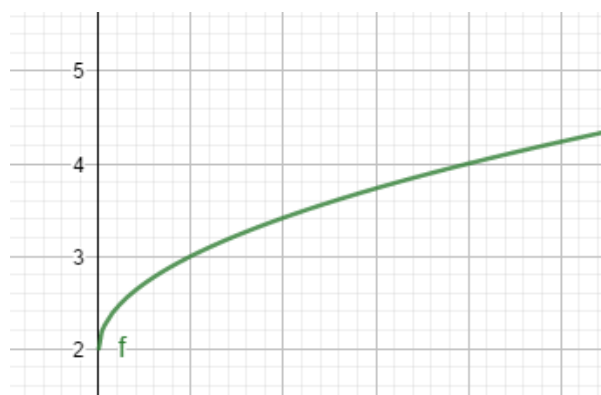
Rec:

a)  $f(x) = 2^x - 2$



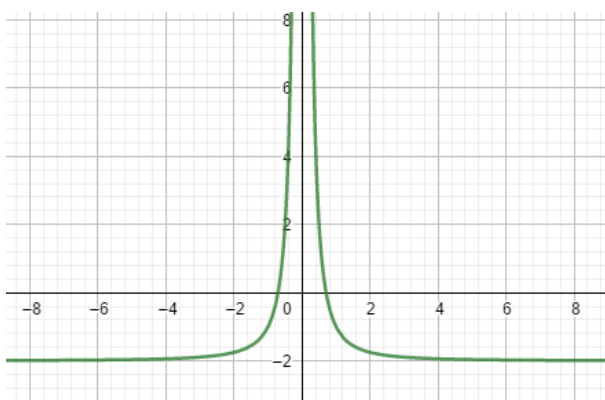
Dom:

Rec:



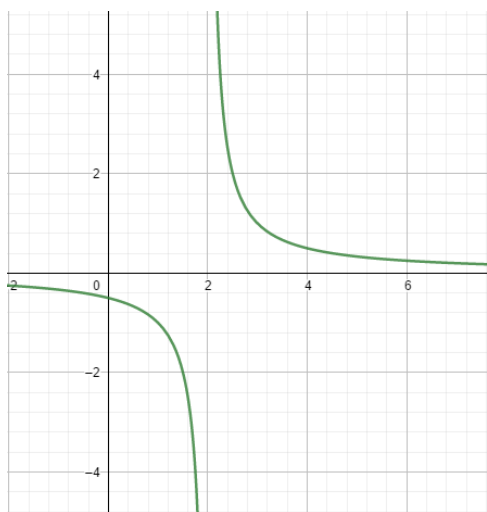
Dom:

Rec:



Dom:

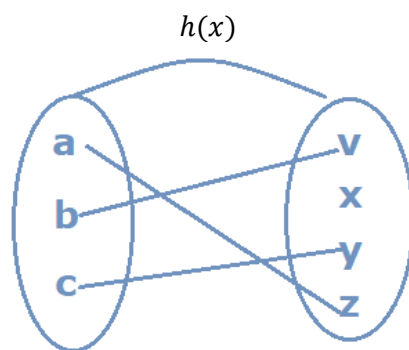
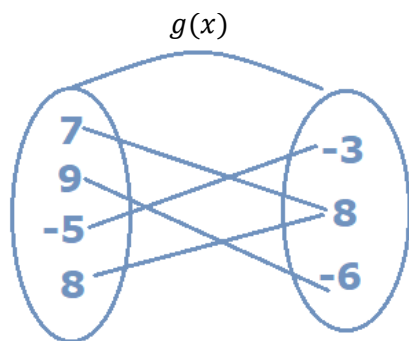
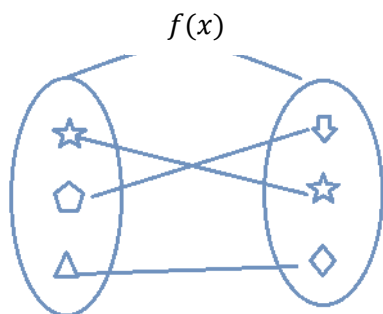
Rec:

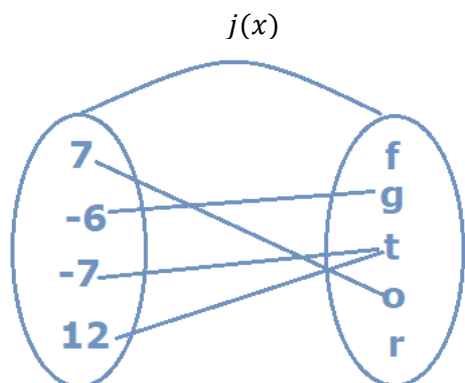


Dom:

Rec:

- 2) En los siguientes diagramas estudia si la función es inyectiva, sobreyectiva y biyectiva. Si es biyectiva, dibuja su inversa, y si no lo es restringela y dibuja su inversa.





3) En las siguientes funciones determina el dominio de manera algebraica.

- a)  $f(x) = \sqrt{x+3} - 1$
- b)  $f(x) = x^2 + 1$
- c)  $f(x) = 2^{x+1}$
- d)  $f(x) = x^{-2} + 1$
- e)  $f(x) = (x+2)^{-1}$

4) Expresa con tus palabras, cual es la expresión inversa de las siguientes expresiones

Descripción de $f$	Descripción de $f^{-1}$
Aumenta en 7 unidades cada numero	Disminuye en 10 unidades cada número
Disminuye en 5 unidades cada numero	
Cuadruplica cada numero	
Aumente el doble cada número	
Eleva al cuadrado cada número positivo	
Aumenta en dos unidades cada número Reducido a la mitad	
Eleva al cuadrado el doble de cada número positivo	
Aplica la raíz cuadrada a cada número positivo aumentado en 3 unidades	

5) En las siguientes funciones encuentra la función inversa.

- a)  $f(x) = 2x - 1$        $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- b)  $f(x) = 3x + 4$        $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- c)  $f(x) = \frac{1}{x} + 2$  .....  $f: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{2\}$
- d)  $f(x) = x^2$  .....  $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$
- e)  $f(x) = x^2 - 1$        $f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R} - \{y < 1\}$



6) Determina la función combinada según corresponda.

$$f(x) = 9x^2$$

$$g(x) = 3x + 1$$

$$h(x) = \sqrt{2x - 5}$$

$$j(x) = \log(x + 2)$$

$$k(x) = e^{x+3}$$

a)  $(h \circ k)(x) =$

b)  $(f \circ j)(x) =$

c)  $(f \circ h)(x) =$

d)  $(k \circ f)(x) =$

e)  $g \circ (j \circ f)(x) =$