

PLAN DE APRENDIZAJE REMOTO

FICHA DE TRABAJO N°26

MATEMÁTICA

CONTENIDO 26: NÚMEROS.

¿Qué son y para qué sirven los Logaritmos?

Lo primero que responderemos es para que sirven los logaritmos, estos tienen una serie de aplicaciones, por ejemplo:

- Se utilizan para determinar la antigüedad de restos vegetales y animales si utilizamos el método del carbono 14.
- En psicología en la ley de Weber- Fechner.
- En la escala de Richter para reflejar la energía que se desprende en un terremoto. La intensidad de un sismo se calcula utilizando logaritmos neperianos.
- En estadística se suelen aplicar en el crecimiento de la población, cuando la población crece muy rápidamente (exponencialmente), para simbolizarlo utilizamos logaritmos.
- En el experimento psicológico de Stenbeg.
- En la música, en topología, en química para medir el pH de un producto, etc, es decir, en innumerables situaciones se utilizan los logaritmos.
- En Astronomía los logaritmos son muy usuales, se utilizan para poder medir el brillo y la magnitud de las estrellas.

¿Qué son los Logaritmos?

Los logaritmos corresponden al exponente al que hay que elevar un número llamado base, para obtener otro determinado.

Los logaritmos cumplen con una serie de reglas y propiedades, las cuales vamos a conocer a continuación.

LOGARITMO

$$a^b = c \rightarrow \log_a c = b$$

Logaritmo y potencias tienen una relación que es directa. Los elementos del logaritmo son:

$$\log_a c = b$$

"a" es la base del logaritmo; "c" es el argumento y "b" es el valor del logaritmo

Ahora calculemos logaritmo. Antes observemos la siguiente secuencia.

$$2^3 = 8$$

$$\log_2 8 = 3$$

$$5^4 = 625$$

$$\log_5 625 = 4$$

$$3^5 = 243$$

$$\log_3 243 = 5$$

$$4^6 = 4.096$$

$$\log_4 4.096 = 6$$

Entonces calcular un logaritmo es determinar el valor del exponente de la potencia asociada.

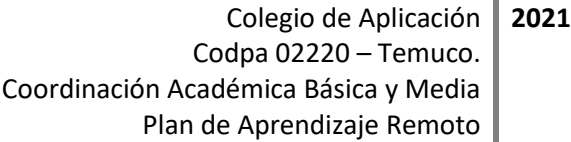
Los logaritmos se leen de la siguiente forma:

$$\log_2 8 = 3 \text{ "Logaritmo de ocho en base dos es igual a tres"}$$

$$\log_5 625 = 4 \text{ "Logaritmo de seiscientos veinticinco en base cinco es igual a cuatro"}$$

$$\log_3 243 = 5 \text{ "Logaritmo de doscientos cuarenta y tres en base tres es igual a cinco"}$$

$$\log_4 4.096 = 6 \text{ "Logaritmo de cuatro mil noventa y seis en base cuatro es igual a seis"}$$



1° Potenciación;	2° Radicación	3° Logaritmación.
$b^n = c$		
<u>Potencia</u> (no se conoce c) $b^n = x$, para calcular x, basta con calcular el resultado de la potencia. Ej. $3^4 = x$ $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = x$ $81 = x$	<u>Raíces</u> (no se conoce b) $x^n = c$, para calcular x, basta con calcular la raíz enésima de c. Ej. $x^4 = 16 \implies x = \sqrt[4]{16}$ $x = 2$	<u>Logaritmo</u> (no se conoce n) $b^x = c$, para calcular el valor de x necesitamos saber el exponente al que se debe elevar la base b para obtener c. $x = \log_b c$ (c se llama antilogaritmo)

$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$	$7^2 = 49$
$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$	$5^3 = 125$	$7^3 = 343$
$2^4 = 16$	$3^4 = 81$	$4^4 = 256$	$5^4 = 625$	$7^4 = 2.401$
$2^5 = 32$	$3^5 = 243$	$4^5 = 1.024$	$5^5 = 3.125$	$7^5 = 16.807$
$2^6 = 64$	$3^6 = 729$	$4^6 = 4.096$	$5^6 = 15.625$	$7^6 = 117.649$

$\log_2 64 =$	$\log_3 81 =$	$\log_5 3.125 =$	$\log_7 2.401 =$	$\log_2 8 =$
$\log_3 729 =$	$\log_4 1.024 =$	$\log_7 16.807 =$	$\log_5 15.626 =$	$\log_4 4 =$
$\log_7 343 =$	$\log_2 32 =$	$\log_3 729 =$	$\log_4 4.096 =$	$\log_7 7 =$

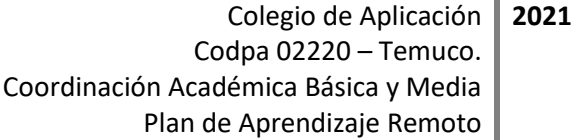
Los logaritmos están definidos para bases positivas y distintas de uno.

$$\log_a c = b \leftrightarrow a^b = c \quad a \neq 0 \text{ y } a \neq 1 \text{ } a \text{ es positivo}$$

Tal como las potencias, las raíces, los logaritmos también tienen una serie de propiedades que nos facilitan su aplicación y cálculo, ahora te invito a conocerlas y aplicarlas en algunos ejercicios rutinarios.

$$\log_a c = b$$

a es la base del logaritmo
c se le llama argumento del logaritmo



Logaritmo de la base
$\log_a a = 1$

Logaritmo de la unidad
$\log_a 1 = 0$

Logaritmo de una potencia de la base
$\log_a a^n = n$

Logaritmo del Producto
$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$

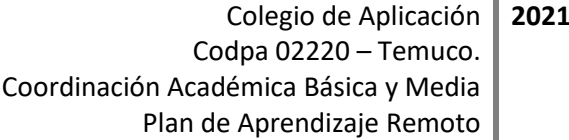
Logaritmo del cociente
$\log_a(x \div y) = \log_a x - \log_a y$

Logaritmo de una potencia
$\log_a c^n = n \cdot \log_a c$

Logaritmo de una raíz
$\log_a \sqrt[n]{c} = \frac{\log_a c}{n}$

Logaritmo de un inverso
$\log_a \left(\frac{1}{c} \right) = \log_a c^{-1} = -1 \cdot \log_a c$

Logaritmo de base 10
$\log_{10} a = \log 10$



I.- Expresa como potencia los siguientes logaritmos. Guíate por los ejemplos.

$\log_5 78.125 = 7$ $5^7 = 78.125$	$\log_6 \frac{1}{36} = -2$ $6^{-2} = \frac{1}{36}$
---	---

a) $\log_2 32 = 5$	f) $\log_7 117.649 = 6$
b) $\log_8 512 = 3$	g) $\log_3 1 = 0$
c) $\log_9 6.561 = 4$	h) $\log_9 \frac{1}{81} = -2$
d) $\log_{10} 10.000.000 = 7$	i) $\log_2 \frac{1}{32} = -5$
e) $\log_9 531.441 = 6$	j) $\log_7 \frac{1}{343} = -3$

- 1) $\log_3 81 = x$
- 2) $\log_x 49 = 2$
- 3) $\log_5 x = 4$
- 4) $\log_{12} \left(\frac{1}{144} \right) = x$
- 5) $\log_4 x = -4$



6) $\log_x 27 = -3$

7) $\log_x \frac{1}{5} = \frac{1}{2}$

8) $\log_9 x = -\frac{1}{2}$

9) $\log_{\left(\frac{1}{216}\right)} 6 = x$

10) $\log_9 x = \frac{1}{2}$

11) $\log_8 x = 0$

12) $\log x = -5$

III.- Desarrolla las siguientes expresiones aplicando las propiedades de los logaritmos:

1) $\log (2ab) =$

2) $\log \frac{3a}{4} =$

3) $\log \frac{2a^2}{3} =$

4) $\log a^5 b^4 =$

5) $\log \sqrt{ab} =$

6) $\log \frac{\sqrt{x}}{2y} =$

7) $\log 2a\sqrt{b} =$

8) $\log \frac{3a^3\sqrt{b}}{c} =$

9) $\log \frac{5a^2 b^4 \sqrt{c}}{2xy} =$



$$10) \log(abc)^3 =$$

$$11) \log\left(\frac{a\sqrt{c}}{2}\right)^4 =$$

$$12) \log 7ab\sqrt[3]{5c^2} =$$

$$13) \log \sqrt{\frac{2ab}{x^2y}} =$$

$$14) \log(a^2 - b^2) =$$

$$15) \log \frac{\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[5]{b^3}} =$$

$$16) \log \frac{m-n}{2} =$$

IV.- Reduce a un solo logaritmo las siguientes expresiones:

$$1) \log a + \log b =$$

$$2) \log x - \log y =$$

$$3) \frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y =$$

$$4) \log a - \log x - \log y =$$

$$5) \log p + \log q - \log r - \log s =$$

$$6) \log 2 + \log 3 + \log 4 =$$

$$7) \frac{1}{3} \log a - \frac{1}{2} \log b - \frac{1}{2} \log c =$$



$$7) \frac{1}{3} \log a - \frac{1}{2} \log b - \frac{1}{2} \log c =$$

$$8) \frac{3}{2} \log a + \frac{5}{2} \log b =$$

$$9) \log a + \frac{1}{2} \log b - 2 \log c =$$

$$10) \log (a + b) + \log (a - b) =$$

V.- Si $\log 2 = 0,3$; $\log 3 = 0,47$; $\log 5 = 0,69$ y $\log 7 = 0,84$. Calcula:

$$\text{Ejm. } \log 4 - \log 2 + \log 2 = 0,3 + 0,3 = 0,6$$

$$1) \log 6 =$$

$$2) \log 27 =$$

$$3) \log 14 =$$

$$4) \log \sqrt{2} =$$

$$5) \log \sqrt[3]{15} =$$

$$6) \log \frac{2}{3} =$$

$$7) \log 3,5 =$$

$$8) 3 \log \frac{2}{5} - 4 \log \frac{1}{7} =$$