PLAN DE APRENDIZAJE REMOTO

Matemática

Estimados estudiantes y apoderados:
La reciente situación mundial nos ha obligado a cambiar drásticamente nuestra vida en muchos aspectos. Sin duda en algunos casos, esta situación puede generar muchos desafíos a los padres de familia y a los propios estudiantes. Pero también es momento de replantearse la visión que tenemos sobre el individualismo y nuestra propia sociedad. Es momento de pensar en el bien común y no en el propio, pues se ha visto que la mejor manera de combatir la reciente amenaza es con el esfuerzo de todos. Por eso le animamos a seguir las instrucciones sanitarias para cuidarse a ustedes mismos, pero también a los que los rodean.
En ese contexto se ha diseñado un plan de aprendizaje remoto, para apoyar el proceso de aprendizaje y el desarrollo de los estudiantes. Es importante dejar claro desde un principio que, pese a que el material será evaluado una vez que se retomen las clases, este no implicará una calificación para el estudiante. Como comentaba al principio, los cambios que hemos sufrido pueden resultar ser enormes desafíos para la mayoría, por lo que entre todos tenemos que ayudarnos. Por eso le pido que como apoderado, guie al alumno para que pueda avanzar a su propio ritmo en las actividades de la guía. De mi parte estaré siempre disponibles para ayudarlos en los medios digitales que describiré abajo, en la revisión o dudas que puedan surgir sobre la materia u otro aspecto, y por cualquier otra vía que pueda beneficiar el aprendizaje de su estudiante.
Quiero recordar además que no es necesario imprimir el material para trabajarlo, ya que es más importante que se pueda leer y se puede resolver usando el propio cuaderno
Pueden comunicarse conmigo en el correo jhuete@caplicaion.cl o en el Telegram https://t.me/Javiermau (donde generalmente respondo más rápido).

Quedo atento(a) a cualquier consulta,
Saludos cordiales
Javier Huete
Profesor de Matemática

FICHA DE TRABAJO N° 2
Matemática

CONTENIDO	**Probabilidades**
NOMBRE ALUMNO/A	
OA/AE	Tomar decisiones en situaciones de incerteza que involucren el análisis de datos estadísticos con medidas de dispersión y probabilidades condicionales.
Habilidades	Resolver problemas
Instrucciones Generales.	A continuación, se presenta una guía de autoaprendizaje. Lee atentamente la materia y resuelve los ejercicios que están a continuación. Recuerda que puedes enviarme tus dudas a los medios de contacto descritos anteriormente. Si terminas puedes enviarme una foto de cuaderno para revisarla.

Conocimientos previos.

Durante cursos previos hemos visto como calcular probabilidades sencillas a partir del método de Laplace (es vital que sepas calcular probabilidades sencillas para esta parte). Por eso la siguiente guía tiene por objetivo repasar esos contenidos. En las siguientes secciones veremos cómo calcular probabilidades condicionales, es decir cuando la probabilidad de algún suceso cambia la posibilidad de que ocurra otro. Por ejemplo, cuando lleve la posibilidad de que ocurra un accidente aumenta por la falta de visibilidad y por lo resbaloso del pavimento.

Repaso de Probabilidad

La probabilidad se encarga de estudiar los eventos aleatorios. Un evento aleatorio es aquel evento en el que no se sabe con certeza que sucederá. Por ejemplo, si lanzo una pelota a un aro de basquetbol, estoy completamente seguro de que el balón caerá (suceso determinístico), pero no estoy seguro de que caerá dentro del aro (suceso aleatorio). La mayoría de los aspectos de nuestra vida son sucesos aleatorios y no determinísticos, por lo que la probabilidad es una de las áreas más estudiadas de la matemática.

> Cardinalidad: Representa la cantidad de elementos de un conjunto. Ejemplo: $A = \{1,32,134,7,3\}$, entonces $|A| = 5$

Espacio muestral

El espacio muestral, son todos los posibles sucesos que pueden surgir a partir de un evento aleatorio. Ejemplo:
Al lanzar un dado los valores que pueden resultar son 1, 2, 3, 4, 5, 6. Por lo tanto $\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$ mientras que $|\Omega| = 6$

Ley de Laplace

La ley de Laplace me permite conocer la probabilidad que suceso un evento aleatorio. Sea un evento aleatorio A, la probabilidad que ocurra este evento $P(A)$ se calcula como:

$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} \; o \; P(A) = \frac{Eventos\ favorables}{Eventos\ Posibles}$$

Por ejemplo, si deseo saber cuál es la probabilidad que al lanzar un dado el resultado sea par, tengo que contar los casos en que se cumple la condición y todos los posibles resultados (el espacio muestral),

> La probabilidad de un suceso se puede expresar en fracciones, en decimales o

$$A = \ Lanzar\ un\ dado\ y\ que\ el\ resultado\ sea\ par$$
$$A = \{2,4,6\}$$
$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$$
$$P(A) = \frac{|A|}{|\Omega|} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$$

Actividad: Calcula las siguientes probabilidades:

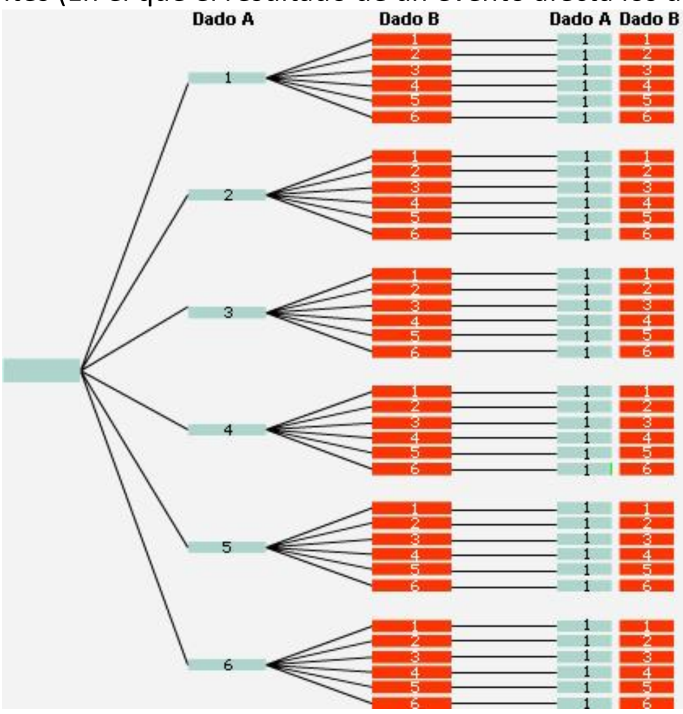
a) Al lanzar una moneda resulte cara.

b) Al lanzar un dado el resultado sea par.

c) Al lanzar un dado el resultado sea 4 o 6.

Eventos combinados.

En caso de tener dos o más eventos combinados se puede realizar un diagrama de árbol. Cada rama representa la posibilidad que surge a partir de cada evento y el final se ordenan las posibilidades. Es útil para eventos aleatorios dependientes (En el que el resultado de un evento afecta los demás eventos).

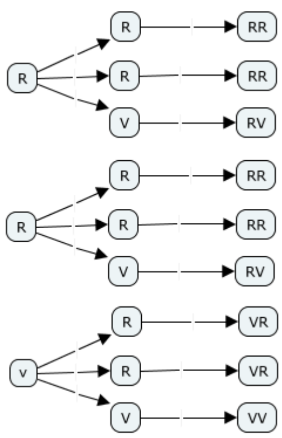


En ambos casos se hace engorroso dibujar cada posibilidad por lo que se puede hacer mediante la probabilidad de cada evento por separado, para luego multiplicar la probabilidad de cada evento.

Ejemplo 1:

Si tiene una caja con 2 bolitas rojas y 1 verdes. Se saca una bolita al azar, se coloca nuevamente en la caja y si elige nuevamente una bolita al azar.

a) A: Calcular la probabilidad se sacar 2 bolitas rojas
b) B: Calcular la probabilidad se sacar 2 bolitas verdes
c) C: Calcular la probabilidad se sacar 1 bolita roja y otra verde



Podemos ver que en la última columna tiene todos los posibles resultados, que son 9, que representa el espacio muestral, luego podemos calcular cada probabilidad por separado.

a) Si revisamos la columna de resultado en 4 de los 9 casos, ambas bolitas son rojas, por lo tanto, tenemos:

$$P(A) = \frac{4}{9} = 0{,}444 = 44{,}4\%$$

Actividad:
Calcula la probabilidad de b y c

Unión e intersección de probabilidades.

En una empresa mecánica con sucursales norte, centro y sur, se les pregunta cómo evalúa el arreglo de su vehículo. Los resultados se organizan en la siguiente tabla.

	Bueno	Regular	Malo	Total
Norte	21	13	6	40
Centro	13	15	7	35
Sur	23	5	2	30
Total	57	33	15	105

Si se elige una persona al azar y se definen los siguientes eventos
A: Que una persona asistió a la sucursal sur
B: Que una persona evaluó el servicio como bueno

Calcular la $P(A)$ es sencillo. Solo buscamos los casos favorables (que una persona asistió a la sucursal sur) y los casos posibles. Entonces:

$$P(A) = \frac{30}{105} = 0{,}2857 \ldots = 28{,}57\%$$

Calcular $P(B)$ es los mismo. Te lo dejo como actividad. El resultado debe darte 0,5429

Actividad: Calcula la probabilidad del evento B.

Pero si la pregunta es ¿Cuál es la probabilidad de elegir una persona que asistió a la sucursal sur ***y*** encontró que el servicio era bueno? y ¿Cuál es la probabilidad que al elegir a una persona que asistió a la zona sur ***o*** encontró que el servicio era bueno)
Se pueden definir conectores lógicos O e Y

Regla multiplicativa de la probabilidad

Si tomas dos sucesos aleatorios y calculas la probabilidad que suceda el primero "y" el segundo, se considera una *intersección* de probabilidades y se escribe $P(A \cap B)$(la probabilidad de A intersectado con B o la probabilidad de A inter B). Aquí deben ocurrir si o si ambas situaciones. Si una de las dos no ocurre, entonces la probabilidad es cero.
Si dos sucesos son independientes, es decir que no depende uno del otro para ocurrir, entonces se define la intersección como:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

Ejemplo: Sacar un sello al lanzar una moneda y obtener un numero impar en un dado
Definimos los eventos

A: Obtener un sello
B: Obtener un impar
Primero observamos que los sucesos son independientes, pues sin importar que resulte de la moneda, este resultado no afectará el del dado.
Por lo tanto:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$
$$P(A \cap B) = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{6}$$
$$(A \cap B) = \frac{3}{12}$$

Si vemos el caso de la tabla, podemos ver que un conjunto de datos cumple con ambas condiciones

	Bueno	Regular	Malo	Total
Norte	21	13	6	40
Centro	13	15	7	35
Sur	23	5	2	30
Total	57	33	15	105

Entonces, en el caso anterior $P(A \cap B) = \frac{23}{105} = 0{,}219 = 21{,}9\%$
Pero en este caso los eventos no son independientes, pues si elegimos a una persona de una de las sucursales en particular, afectará la probabilidad que hayan elegido que el servició en buenos, regular o malo.
¿Como se calcula la probabilidad de la intersección si los eventos no son independientes? Lo veremos en la próxima guia

Regla aditiva de la probabilidad

Si tomas dos sucesos aleatorios y calculas la probabilidad que suceda el primero "o" el segundo, se considera una ***unión*** de probabilidades y se escribe $P(A \cup B)$(la probabilidad de A unido con B). Este o no es excluyente, es decir pueden ocurrir los dos casos al mismo tiempo o solo uno de los 2 casos.
Si los dos sucesos son **disjuntos**, es decir, no tienen elementos en común, decimos que:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Ejemplo: La probabilidad de obtener un 3 o un 6 al lanzar un dado.
Definimos los eventos
A: Obtener un 3
B: Obtener un 6
Si lo pensamos brevemente sabemos que $P(A \cup B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
(La probabilidad de obtener un 3 o un 6 es un tercio por regla de Laplace)
Pero si aplicamos la propiedad podemos primero establecer que ambos eventos son disjuntos pues no pueden ocurrir al mismo tiempo. Por lo que:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$
$$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

Que son valores iguales en ambos casos
Pero si los eventos no son disjuntos, es decir, que tiene elementos en común decimos que:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Ejemplo: La probabilidad de obtener un 4 o un numero par al lanzar un dado
Definimos los eventos
A: Obtener un 4
B: Obtener un numero par
Podemos ver que por regla de Laplace los que cumplen las al menos una condición es el 2,4 y 6 por lo que $P(A \cup B) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

Pero si aplicamos la propiedad establecemos que no son eventos disjuntos pues puede ocurrir que obtengamos un 4 y un par al mismo tiempo, por lo que usamos la fórmula:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

Por lo tanto podemos ocupar la regla de Laplace o la fórmula para encontrar este tipo de probabilidades.

	Bueno	Regular	Malo	Total
Norte	21	13	6	40
Centro	13	15	7	35
Sur	23	5	2	30
Total	57	33	15	105

Entonces en el caso anterior $P(A \cup B) = \frac{87}{105} = 0{,}8285 = 82{,}85\%$ (El 87 se saca de sumar los 57 que consideraron el servicio bueno y de los 30 que asistieron a la sucursal sur).

Eventos complementarios.

La probabilidad de un evento A, está definida como $P(A)$. Si quiero saber la probabilidad de que no ocurra el evento A, se escribe como $P(A^C) = 1 - P(A)$ (probabilidad de A complemento) o $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$

Ejemplo:

La probabilidad de obtener un 4 la lanzar un dado es:

A: Obtener un cuatro al lanzar un dado

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

La probabilidad de no obtener un 4 es

$$P(A^C) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{6-1}{6} = \frac{5}{6}$$

Actividades:

1) Se tiene una baraja de naipe inglés al que se le quitaron los comodines. Calcula la probabilidad de:
   a) Sacar un as.
   b) Sacar un numero entre 4 y 9.
   c) Sacar una carta con la pinta de trébol.
   d) Sacar una carta de corazón o diamante.
2) La siguiente tabla muestra las características de una serie de estudiantes de un colegio. responde las preguntas.

N° de manos	Hombre	Mujer	Total
Uno	2	6	
Dos	3	5	
Tres	4	3	
Cuatro	2	1	
Total			

Rellena las celdas faltantes

Cuál es la probabilidad que si se elige una persona al azar:

a) Sea un hombre o tenga cuatro hermanos
b) Que sea mujer y que tenga un hermano
c) Que sea hombre o mujer y tenga tres hermanos.
d) Que tenga tres o cuatro hermanos y que sea mujer.
e) Que tenga tres hermanos y que tenga cuatro hermanos.

3) Determina la probabilidad de los siguientes eventos

$$P(A) = \frac{3}{8}$$
$$P(B) = \frac{1}{2}$$
$$P(A \cap B) = \frac{1}{4}$$

a) $P(A \cup B)$

b) $P(A^C)$

c) $P(B^C)$

d) $P(A^C \cup B^C)$